1. PUNTI dello spazio cartesiano

Distanza tra due punti $A(x_A; y_A; z_A)$ e $B(x_B; y_B; z_B)$ $\qquad \overline{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$

Punto medio di un segmento $\qquad M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$

Baricentro di un triangolo $\qquad G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$

2. VETTORI dello spazio cartesiano

Modulo del vettore $\vec{a} = (a_x; a_y; a_z)$ $\qquad |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

Coordinate vettore $\overrightarrow{AB}$ $\qquad \overrightarrow{AB} = (x_B - x_A;\ y_B - y_A;\ z_B - z_A)$

Somma tra due vettori $\vec{a} = (a_x; a_y; a_z)$ e $\vec{b} = (b_x; b_y; b_z)$ $\qquad \vec{a} + \vec{b} = (a_x + b_x; a_y + b_y; a_z + b_z)$

Prodotto per uno scalare $k\vec{a}$ $\qquad k\vec{a} = (ka_x; ka_y; ka_z)$

Condizione di parallelismo $\qquad \vec{a} // \vec{b} \iff \vec{a} = k\,\vec{b} \iff \frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z} = k$

Prodotto scalare tra due vettori $\qquad \vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$

Condizione di perpendicolarità (il prodotto scalare è nullo) $\qquad \vec{a} \perp \vec{b} \iff a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 0$

Angolo tra due vettori (ricavare dal prodotto scalare) $\qquad \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| cos\ \alpha = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$

3. PIANI nello spazio cartesiano

Equazione generale di un piano α: $\qquad ax + by + cz + d = 0$

Vettore normale al piano α $\qquad \vec{n} = (a; b; c)$

Equazione di un piano per $P_0(x_0; y_0; z_0) \perp \vec{n} = (a; b; c)$ $\qquad a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$

Condizione di parallelismo: $\qquad \vec{n} = k\overrightarrow{n'}$ oppure $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = k$

Condizione di perpendicolarità: $\qquad aa' + bb' + cc' = 0$

Distanza di un punto $P(x_0; y_0; z_0)$ da un piano $ax + by + c = 0$: $\qquad d_{P,\alpha} = \overline{PH} = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

4. RETTE nello spazio cartesiano

Equazione parametrica di una retta per $P(x_0; y_0; z_0)$ con direzione di $\vec{v} = (l; m; n)$

$$\begin{cases} x - x_0 = kl \\ y - y_0 = km \\ z - z_0 = kn \end{cases}$$

Retta come intersezione di due piani

$$\begin{cases} ax + by + cz + d = 0 \\ a'x + b'y + c'z + d' = 0 \end{cases}$$

Equazione di una retta per $P_1(x_1; y_1; z_1)$ e $P_2(x_2; y_2; z_2)$ $$\begin{cases} x - x_1 = k \cdot (x_2 - x_1) \\ y - y_1 = k \cdot (y_2 - y_1) \\ z - z_1 = k \cdot (z_2 - z_1) \end{cases}$$

Equazione di una retta per $A(x_A; y_A; z_A)$ e $B(x_B; y_B; z_B)$ $$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} = \frac{z - z_A}{z_B - z_A} = k$$

Dalla retta come intersezione di due piani alla forma parametrica: poni z=k poi ricava x e y in funzione di k (pag.1283)

Dalla retta in forma parametrica alla retta come intersezione di due piani: trova k in funzione di z e sostituisci
(in pratica si trovano le equazioni di due piani che contengono la retta) (pag.1284)

Due rette sono parallele o perpendicolari se lo sono i loro vettori direzione (pag.1284-1285)

Intersezione di due rette: risolvi il sistema, ma usa parametro k per una retta e t per l'altra e risolvi 3 equazioni per x,y,z, se le due rette hanno un punto in comune troverai un valore per k e uno per t da sostituire nelle equazioni delle rette (pag.1285)

Distanza Punto *P* retta *r*: 1. piano per $P \perp r$ 2. Punto Q, Intersezione Piano-retta 3. Distanza PQ (pag.1312)

5. SFERA nello spazio cartesiano

Equazione di una sfera di centro $C(x_0; y_0; z_0)$ e raggio r (cfr. circonferenza nel piano) $$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2$$

Equazione canonica di una sfera $$x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0$$

Centro e raggio di tale sfera $$C\left(-\frac{a}{2}; -\frac{b}{2}; -\frac{c}{2}\right) \qquad r = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2 - d}$$

Un piano interseca una sfera se $d_{C-\pi} < r$

Un piano è tangente ad una sfera se $d_{C-\pi} = r$

Equazione del piano tangente ad una sfera in un punto P: 1. Trovo il vettore $\overrightarrow{PC}$
2.scrivo equazione del piano per P $\perp$ $\overrightarrow{PC}$

6. Alcune superfici nello spazio cartesiano

Ellissoide $$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Iperboloide ad una falda avente per asse l'asse z $$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Iperboloide ad una falda avente per asse l'asse y $$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Iperboloide a due falde avente per asse l'asse z $$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Paraboloide ellittico $$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \pm 2z$$

Paraboloide iperbolico $$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = \pm 2z$$